基于排队论的健身房服务模型

自65 高崇凯 2016011473

自65 黄瑞 2016011476

# 0 系统模型

## 0.1 项目背景简介

健身房是大学生日常生活中常去的地方，尤其是在“无体育，不清华”的清华大学。学校健身房通常规模不大，难以承载数万名学生和教职工每天丰富的健身需求，而常常需要同学们轮流、排队使用。我们小组基于排队论的知识，从健身房的实际场景出发，建立了一套健身房跑步机使用的排队模型，并从理论上分析了此模型的服务效率、排队时间等指标，还使用python对模型做了仿真验证，使用可视化的界面展示了项目结论，体现了随机过程和排队论的知识在我们日常生活中的应用。

## 0.2 系统模型建立

本项目设定使用健身房的跑步机作为研究目标。跑步机作为健身房有氧运动项目中最基本的运动器材，基本可以算是健身房最为抢手的器械了。每个同学使用跑步机都有一定的强度，本项目对使用方式进行了简化，我们的基本假设为：

1. 学生相继到达的时间间隔独立，且服从参数为λ的负指数分布（即输入过程为泊松过程）；
2. 每个同学的跑步机使用时间相互独立，且服从参数为μ的负指数分布；
3. 健身房空间无限，可以一直排队。

针对系统不同的参数，如健身房中不同的跑步机数目、最优的跑步机使用强度μ等等，本项目进行了多组不同的系统分析和仿真实验，完成了多组分析问题和控制问题，一定意义下对实际生活有指导意义，下面一一介绍。

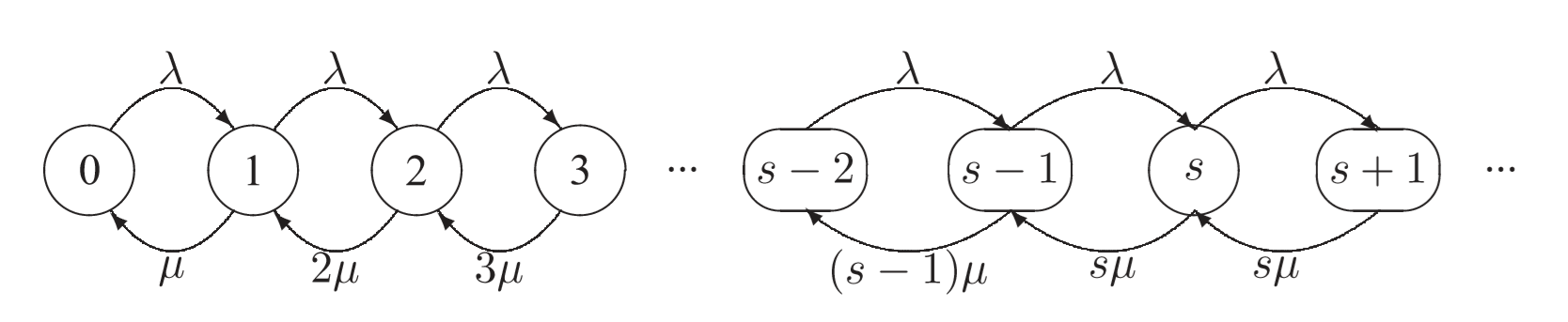
# 1 系统分析

## 1.1 基本概念回顾

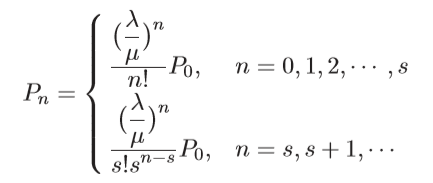
如果系统满足如上三条假设，则系统是一个M/M/s等待制的排队系统，这类系统是生灭过程的一个特例。下面先回顾一下生灭过程的一些结论。

1. 设为一随机过程，表示健身房当前的人数；
2. 给定，到下一个同学到达的间隔时间服从参数为d的负指数分布；
3. 给定，到下一个同学离去的间隔时间服从参数为d的负指数分布；
4. 同一时刻只能发生一个同学到达或者同学离开事件；
5. 令，则各状态稳态的概率分布为：

M/M/s的状态转移概率图如下所示：



## 1.2 指标分析

 对于M/M/s多跑步机服务系统，我们假设，同学们平均到达的频率为名/小时，平均使用跑步机的时长为小时，共有s台跑步机可以提供服务，则由参考文献[2]有：

1. ，其中

另外，下面分析几个有实际物理意义的指标，这些指标将在我们的仿真实验中得到验证：

1. 在健身房内的平均同学数目
2. 每个同学在健身房内的平均逗留时间
3. 正在排队等待使用跑步机的平均同学数目
4. 每个同学平均等待的时间

## 1.3 仿真

针对以上的各种指标，我们设计了一个符合实际情况的健身房系统模型，在matlab中进行了仿真。

（此处介绍一下仿真系统的各种参数、仿真步骤、结果指标、发现、结论等……）

通过以上的分析任务，我们了解了这个健身房跑步机排队系统的基本性质。事实上，一个更具有实际意义的

# 2 最优服务台个数

通过以上的分析过程，我们了解了一个健身房跑步机排队系统的基本性质。一个更具有实际意义的问题是，如何设置跑步机数量使得健身房能够更好地满足同学们的需求。由于每台跑步机都有使用成本，不能无限制增加跑步机的数量。我们将问题做了简化，得到下面的优化问题，使得“健身房应该设置”变得有指标可循。

## 2.1 问题设定

我们设定每个同学等待带来的负面成本为元/小时，每台跑步机的服务成本为元/小时，则平稳状态下单位时间内的总费用为：

显然z是跑步机台数s的函数。

## 2.2 问题求解

由于s是离散的，故采用边际分析法。设为最优函数值，则有：

带入z的公式，化简后有：

故我们可以依次求s=1,2,3，……时的L的值，并求出两个相邻的L值的差，由于已知，故我们可以通过判断这个数落在哪个区间里判断出。

## 2.3 仿真

根据以上方法，我们设定了几组参数，使用这些参数进行了跑步机最优个数的仿真，验证了理论的结果。

（一样的，加……）

# 3 结论

本项目基于生灭过程和排队论的相关知识，基于同学们生活中常见的健身房跑步机的使用问题，建立了合理的数学模型，并计算出了理论上最优的跑步机设置个数，还在仿真中验证了这些理论结果。

## 参考文献

[1] 林元烈．应用随机过程[M]．北京：清华大学出版社，2002

[2] 第5章：排队论模型（第九至第十一次课）\_502804714.pdf